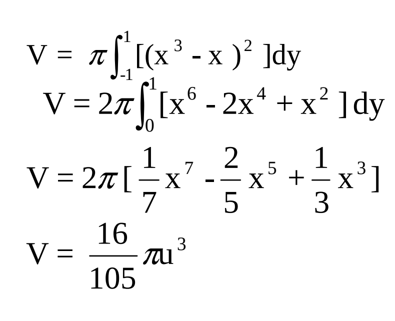
.

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DEL CHOCÓ
“DIEGO LUIS CÒRDOBA”

PROGRAMA: Ingeniería Ambiental y Civil
NIVEL: III
PROFESOR: Especialista: Nicolás Ibarguen Arboleda
Agosto DE 2007

guia14

Encontrar el volumen generado por la gráfica $y = x^3 - x$, el eje x al rotar y = 0

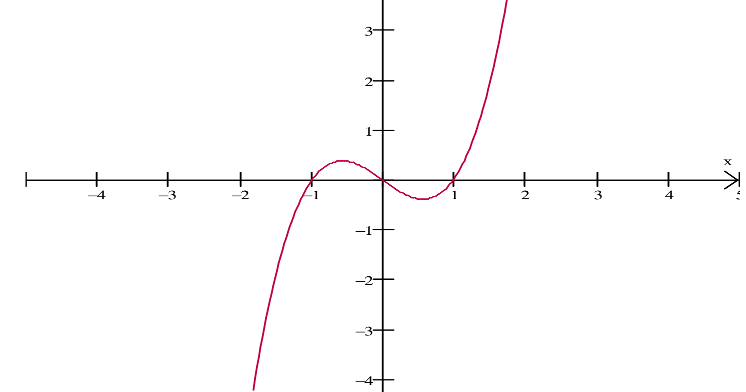


$$V = \pi\int_{-1}^{1}[(x^3 - x)^2]dy$$

$$V = 2\pi\int_{0}^{1}[x^6 - 2x^4 + x^2]dy$$

$$V = 2\pi[\frac{1}{7}x^7 - \frac{2}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3]$$

$$V = \frac{16}{105}\pi u^3$$



1. Encuentre el volumen de la región limitada por $y = x^2$, el eje x y la recta x = 5 alrededor del el eje y

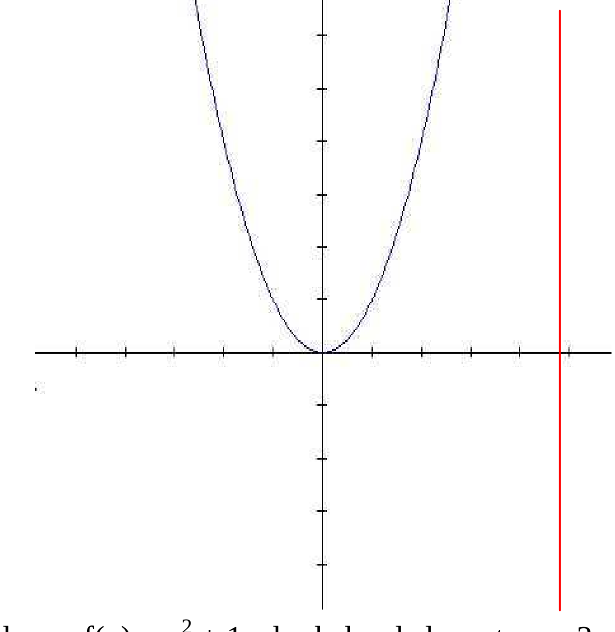
$V = \pi\ _a\int^b \{ F(x)^2 - G(x)^2 \}\ D_x$

$V = \pi\ _0\int^5[(25 - \sqrt{}\ y/2)^2]\ Dy$

$V = \pi\ _0\int^5 [(25 - y/2]\ Dy$

$V = \pi\ [25y - y^2/4]^{50}\ Dy$

$V = 625\ \pi\ u^3$



2. Encuentre el volumen de la región limitada por $f(x) = x^2 + 1$, alrededor de la recta x = 3



Solución

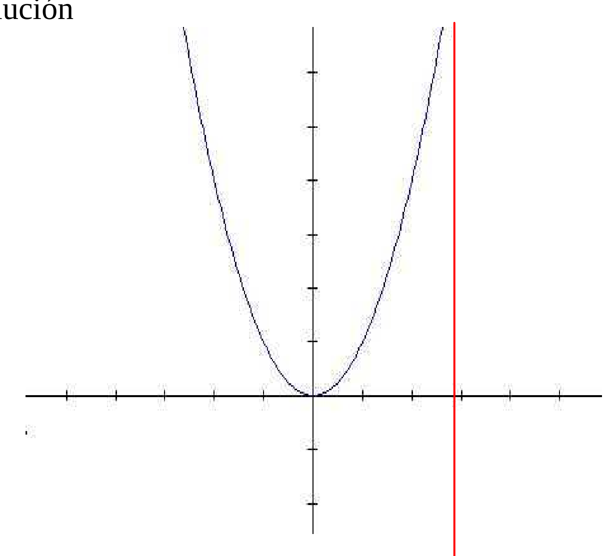
$h = X_i^2 + 1$
$\Delta X_i = D_x$
$r_m = 3 - x$

a) $V = 2\ \pi\ _a\int^b (x)\ (f(x))\ D_x$

$V = 2\ \pi\ _0\int^2 (3 - x)\ (x^2 + 1)\ D_x$

$V = 2\ \pi\ _a\int^b (-x^3 + 3x^2 - x + 3)\ D_x$

$V = 2\ \pi\ [(-x^4/4 + x^3 - x^2/2 + 3x)]^2$



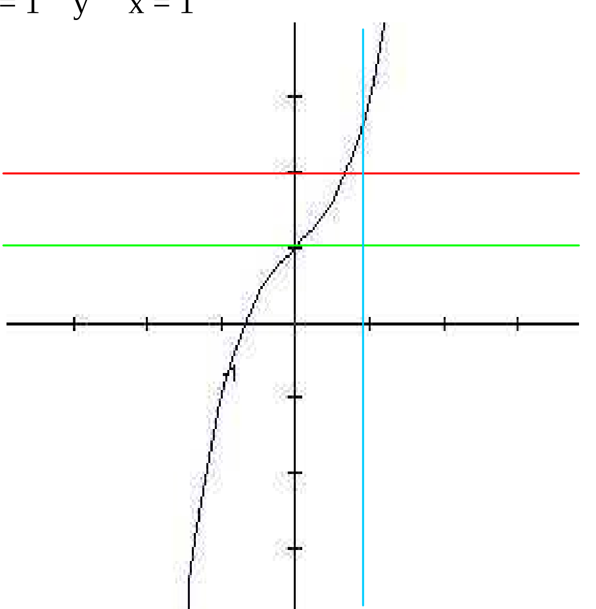
http://calculointegral2.iespana.es

$V = 16\,\pi\, u^3$

3. Calcular el volumen del sólido generado al girar, en torno de la recta x = 2, la región Limitada por las gráficas de $y = x^3 + x + 1$, $y = 1$ y $x = 1$



Solución



$V = 2\,\pi\, {}_a\int^b p(x)h(x)D_x$

$V = 2\,\pi\, {}_0\int^1 (2 - x)(x^3 + x + 1 - 1)D_x$

$V = 2\,\pi\, {}_0\int^1 (-x^4 + 2x^3 - x^2 + 2x)\, D_x$

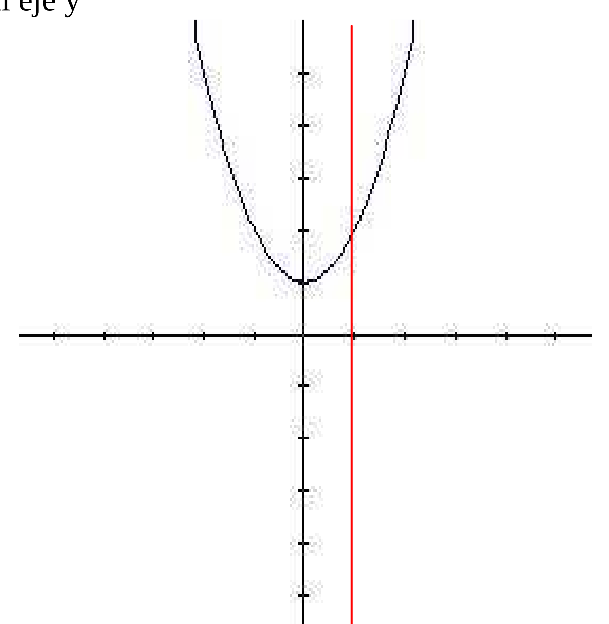
$V = 2\,\pi\, [-x^5/5 + x^4/2 - x^3/3 + x^2\,]^1_0$

$V = 2\,\pi\, (-1/5 + ½ - 1/3 + 1)$

$V = 29\,\pi /15\, u^3$

4. Calcular el volumen del sólido generado al girar la región acotada por las gráficas de $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, y $x = 1$ en torno al eje y

Solución



Método de capas

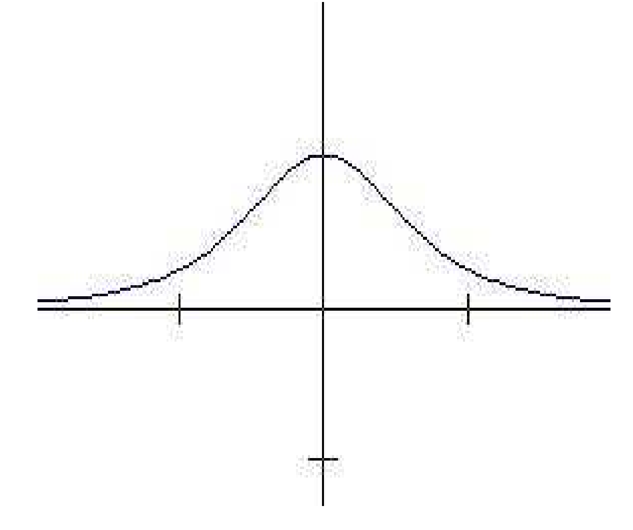
$V = 2\,\pi\, {}_a\int^b p(x)h(x)D_x$

$V = 2\,\pi\, {}_0\int^1 x(x^2 + 1)D_x$

$V = 2\,\pi\, [x^4/4 + x^2/2]^1$

$V = 3\,\pi /2\, u^3$

5. Calcular el volumen de un sólido de revolución engendrado por la región limitada $y = 1/(x^2 + 1)^2$ y el eje x (x menor e igual a 1 y x mayor e igual a 0)



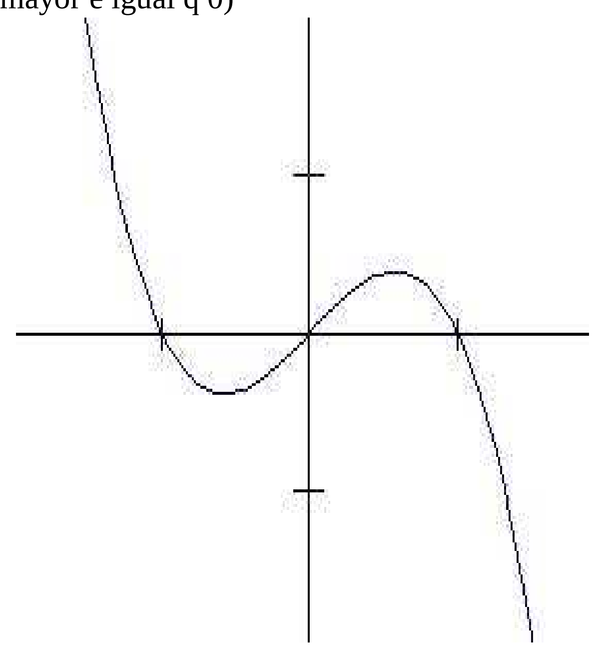
$V = 2\,\pi\, {}_a\int^b p(x)h(x)D_x$

$V = 2\,\pi\, {}_0\int^1 x/(x^2 + 1)^2\ \ D_x$

$V = [-\pi /x^2 + 1\,]^1_0$

$V = \pi /2\, u^3$

6. Calcular el volumen del sólido de revolución que se genera al girar la región limitada por $Y = x - x^3$ y el eje x (x menor e igual q 1 y x mayor e igual q 0)



Solución

$V = 2\pi \,{}_a\!\int^b p(x)h(x)\, D_x$

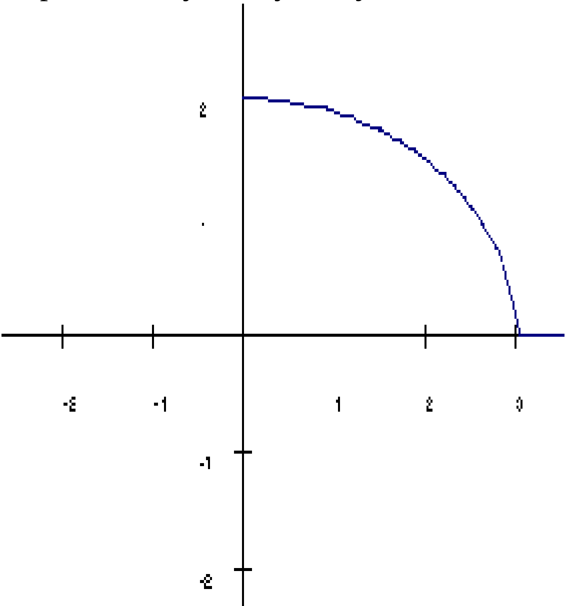
$V = 2\pi \,{}_0\!\int^1 x(x - x^3)\, D_x$

$V = 2\pi \,{}_0\!\int^1 (-x^4 + x^2)\, D_x$

$V = 2\pi\, [-x^5/5 + x^3/3]$

$V = 4\pi /15\ u^3$

7. Encontrar el volumen del sólido de revolución generado al hacer girar sobre el eje x la Región encerrada en el primer cuadrante por la elipse $4x^2 + 9y^2 = 36$ y los ejes coordenados.



Solución

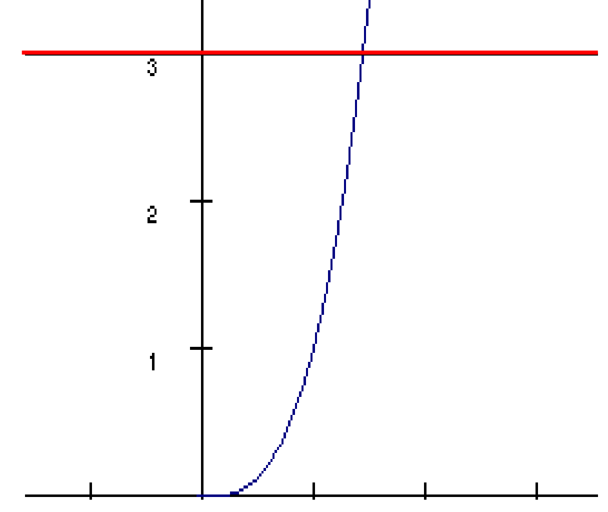
$Y = \frac{2}{3}\sqrt{(9-x^2)}$

$V = 4\pi/9\ {}_0\!\int^3 [(9-x^2)]\, dx$

$V = 4\pi/9\ [9x - \frac{1}{3}x^3]^3$

$V = 8\pi\ u^3$

8 Encontrar el volumen del sólido generado al girar sobre el eje y la región limitada por la curva $y = x^3$, el eje y y la recta y = 3



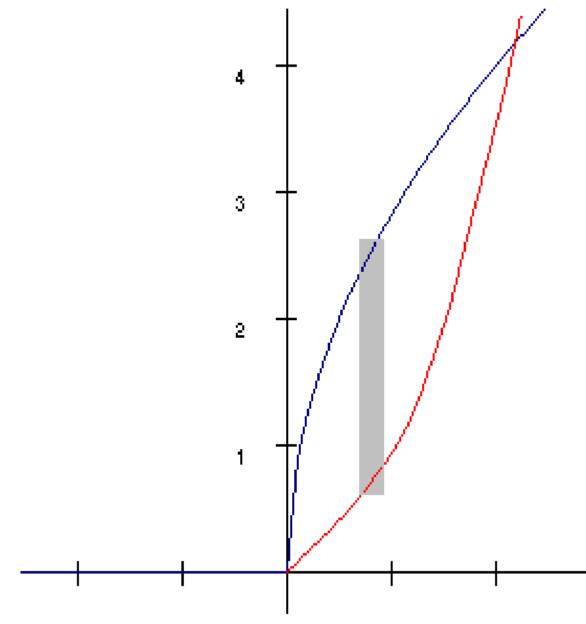
Solución

$V = \pi\ {}_0\!\int^3 [y^{2/3}]\, Dy$

$V = [3/5\ y^{5/3}]^3$

$V = 3.74\ u^3$

9. Encontrar el volumen generado al girar sobre el eje x la región encerrada por las parábolas $y = x^2$, $y^2 = 8x$



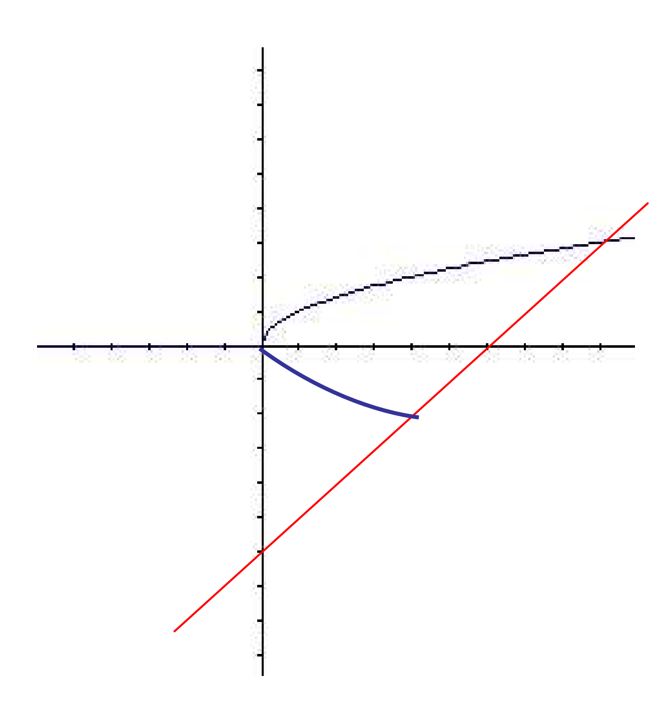
$V = \pi \, {}_0\!\int^2 [(8x – x^4)] \, dx$

$V = \pi \, [4x^2 – 1/5 \, x^5]^2$

$V = 48\pi / 5 \, u^3$

10. Encontrar el volumen generado por las gráficas $x = y^2$, $x = y + 6$ haciendo rotar el eje y.

Solución



$V = \pi \, {}_a\!\int^b \{ F(x)^2 – G(x)^2 \} \, d_x$

$V = \pi \, {}_{-2}\!\int^3 [(y + 6)^2 – (y^2)^2] \, dy$

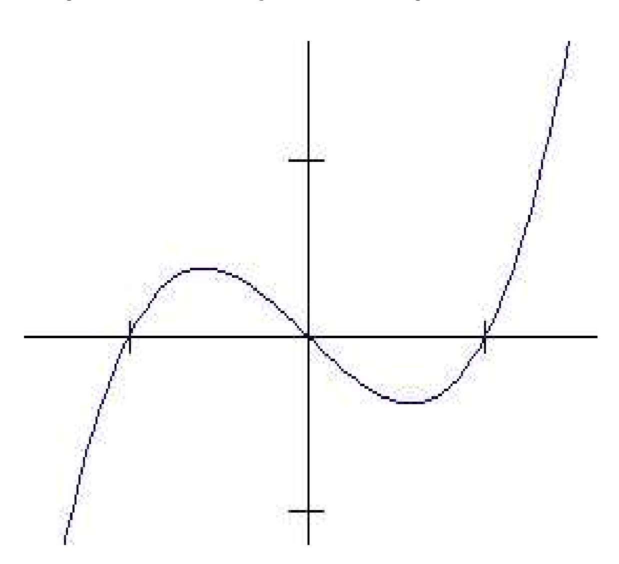
$V = \pi \, {}_{-2}\!\int^3 (y^2 + 12y + 36 – y^4) \, dy$

$V = \pi \, [⅓y^3+ 6y^2 + 36y – 1/5 \, y^5]_{-2}^{\;3}$

$V = 500 \, \pi / 3 \;\; u^3$

11. Encontrar el volumen generado por la gráfica $y = x^3 – x$, el eje x al rotar $y = 0$

Solución



$V = \pi \, {}_{-1}\!\int^1[(x^3 – x)^2] \, Dy$

$V = 2\pi \, {}_0\!\int^1[x^6 – 2x^4 + x^2] \, Dy$

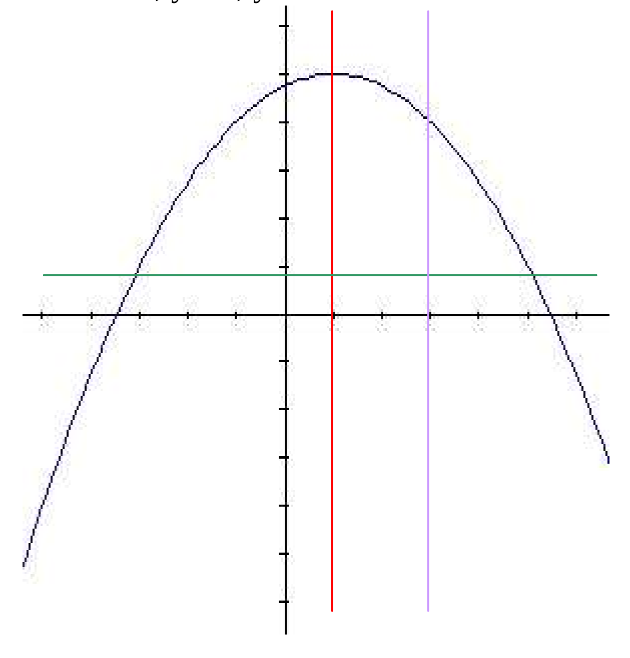
$V = 2\pi \, [1/7 \, x^7 – 2/5 \, x^5 + 1/3 \, x^3]$

$V = 16\pi /105 \, u^3$

12. Calcular el volumen del sólido generado al girar, alrededor de la recta x = 1, la región Limitada por la curva $(x - 1)^2 = 20 - 4y$ y las rectas x = 1, y = 1, y = 3



Solución



$V = \pi \, {}_1\!\int^3 [(\sqrt{20 - 4y} + 1) - 1]^2 \, dx$

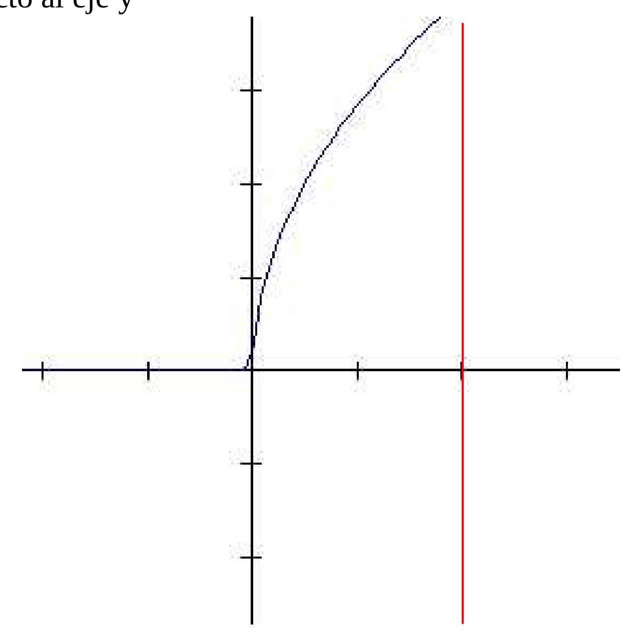
$V = \pi \, {}_1\!\int^3 [\, 20 - 4y \,] \, dx$

$V = \pi \, [\, 20y - 2y^2 \,]^3_1$

$V = 24\pi \;\; u^3$

13. Hallar el volumen al girar el área limitada por la parábola $y^2 = 8x$ y la ordenada correspondiente a x = 2 con respecto al eje y

Solución



$V = {}_{-4}\!\int^4 4\,\pi \, D_y \; - \; {}_{-4}\!\int^4 \Pi x^2 \, d_y$

$V = 2\pi \, {}_0\!\int^4 (4 - x^2) \, d_y$

$V = 2\pi \, {}_0\!\int^4 (4 - y^4/64) \, d_y$

$V = 2\pi \;\; [4y - y^5/320]^4_0$

$V = 128\pi /5 \; u^3$

14. Hallar el volumen generado el la rotación del área comprendida entre la parábola $y = 4x - x^2$ y el eje x con respecto a la recta y = 6

Solución

$V = \pi \, {}_0\!\int^4 [6^2 - (6 - y)^2 \,] \, D_x$

$V = \pi \, {}_0\!\int^4 (12y - y^2) \, D_x$

$V = \pi \, {}_0\!\int^4 (48x - 28x^2 + 8x^3 - x^4) \, D_x$

$V = \pi \;\; [24x^2 - 28x^3/3 + 2x^4 - x^5/5]^4_0$

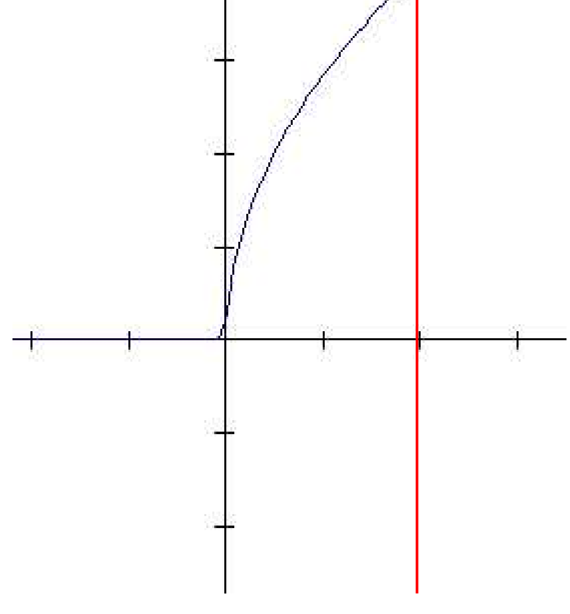
$V = \; 1408\pi /15 \; u^3$

15. Hallar el volumen generado el la rotación del área comprendida entre la parábola $y^2 = 8x$ y la ordenada correspondiente a $x = 2$ con respecto a esa recta (método de anillo)

$V = 8\,(2)^{½}\,\pi\ {}_0\!\int^2 (2 - x)\,(x)^{1/2}\,D_x$

$V = 8\,(2)^{½}\,\pi\ {}_0\!\int^2 (2x^{1/2} - x^{3/2})\,D_x$

$V = 256\pi /15\ u^3$

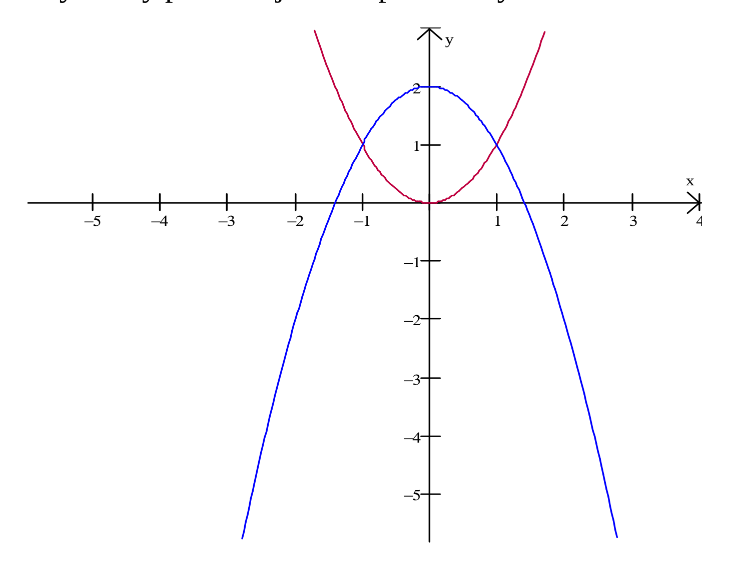


16. Encontrar el Volumen engendrado al girar sobre el eje y, la región del primer cuadrante Situada por encima de la parábola $y = x^2$ y por debajo de la parábola $y = 2 - x^2$

$V = 4\pi\ {}_0\!\int^1 (x - x^3)\,dx$

$V = 4\pi\ [\,½\,x^2 - ¼\,x^4]^1_0$

$V = \pi\ u^3$



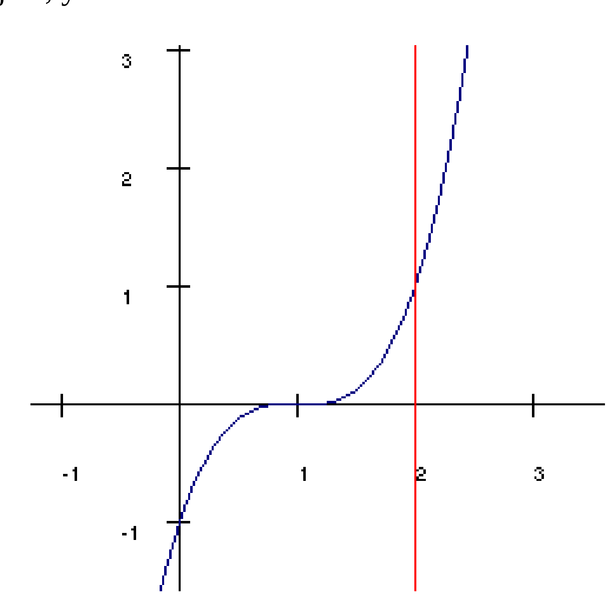
17. Encontrar el volumen de un sólido de revolución engendrado al girar sobre el eje y la región limitada por la curva $y = (x - 1)^3$, el eje x, y la recta $x = 2$

$V = 2\pi\ {}_1\!\int^2 x(x - 1)^3 Dx$

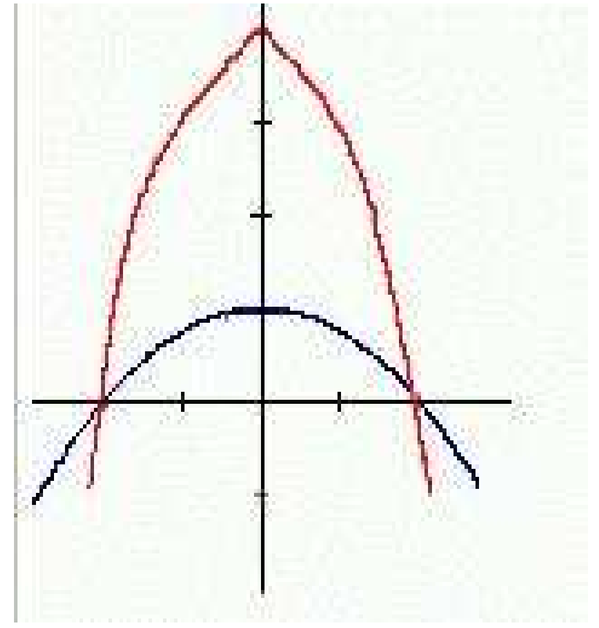
$V = 2\pi\ {}_1\!\int^2 (x^4 - 3x^3 + 3x^2 - x)Dx$

$V = 2\pi\,[x^5/5 - 3x^4/4 + x^3 - x^2/2]^2_1$

$V = 9\pi/10$



18. Encontrar el volumen del sólido generado por las gráficas $y = 4 - x^2$, $4y = 4 - x^2$ al hacer rotar el eje x.



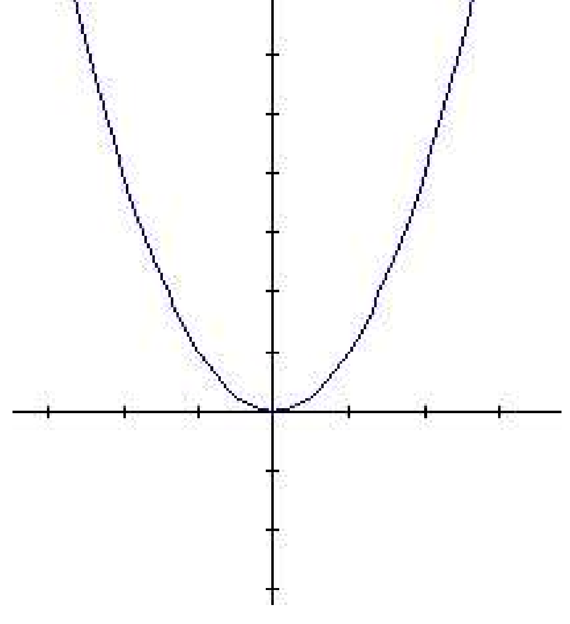
$V = \pi \, _{-2}\int^{2} \, [(4 - x^2)^2 - (1 - ¼\, x^2)^2]Dx$

$V = 2\pi \, _0\int^2 (16 - 8x^2 + x^4 - 1 + ½\, x^2 + 1/16x^4)Dx$

$V = 2\pi \, [15x - 5/2\, x^2 - 3/16\, x^4]^2$

$V = 32\pi \, u^3$

18. Encontrar el volumen del sólido generado por las gráficas $y = x^2$, $y^2 = 8x$ al hacer rotar el eje x.



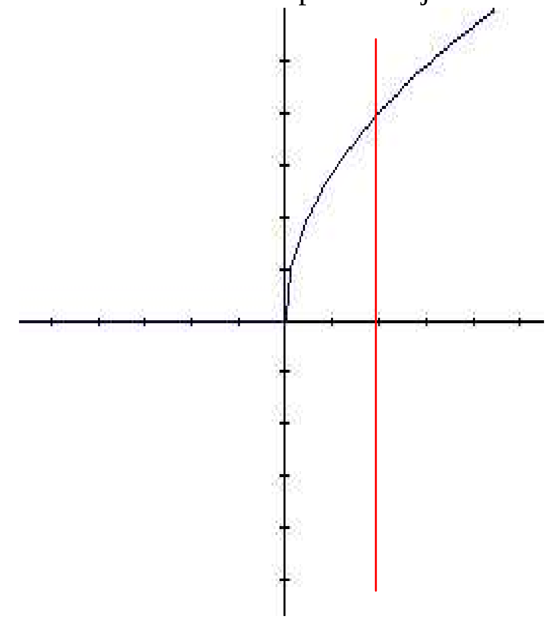
$V = \pi \, _{-2}\int^{2} \, [(4 - x^2)^2 - (1 - ¼\, x^2)^2]Dx$

$V = 2\pi \, _0\int^2 (16 - 8x^2 + x^4 - 1 + ½\, x^2 + 1/16x^4)Dx$

$V = 2\pi \, [15x - 5/2\, x^2 - 3/16\, x^4]^2$

$V = 32\pi \, u^3$

20.. Encontrar el volumen generado en la rotación del área del primer cuadrante limitada Por la parábola $y^2 = 8x$ y la ordenada correspondiente a $x = 2$ con respecto al eje x



$V = \pi \, _a\int^b y^2 \, D_x$

$V = \pi \, _0\int^2 8x \, D_x$

$V = 4\pi \, [x^2]^2_0$

$V = 16 \, \pi \, u^3$